

ОЛІМПІАДА З МАТЕМАТИКИ
Дніпропетровського національного університета залізничного
транспорту імені академіка В.Лазаряна
для абітурієнтів 2017 рік
I тур

Варіант складається з 12 завдань:

- 6 завдань легкого рівня (5 балів за кожне вірно розв'язане завдання);
- 4 завдання середнього рівня складності (10 балів за кожне вірно розв'язане завдання);
- 2 складних завдання (15 балів за кожне вірно розв'язане завдання).

Таким чином, максимально можна отримати 100 балів.

Завдання легкого рівня (по 5 балів за кожне):

1) Розв'язати систему нерівностей. У відповіді вказати найбільший цілий розв'язок.

$$\begin{cases} 2x+5>41, \\ 4x-1<3x+37 \end{cases}$$

2) Розв'язати рівняння: $(\sqrt{2})^{4x} = \frac{1}{4}$.

3) Що більше: $\log_{\frac{1}{x}} x$ або $\log_x \frac{1}{x}$?

4) На контрольній роботі з математики 20% учнів отримали негативну оцінку, а решта 16 учнів отримали позитивну оцінку. Скільки учнів писали контрольну роботу з математики?

5) В трикутнику ABC сторона $AB=4$, сторона $AC=5$, $\angle BAC=60^\circ$. Знайти довжину сторони BC .

6) Спростити вираз $\frac{x^2-25}{5x+25} \cdot \frac{10x+100}{x^2-100}$.

Завдання середнього рівня складності (по 10 балів за кожне):

7) Радіус основи циліндру дорівнює 2, площа осьового перерізу 20. Обчислити об'єм такого циліндру.

8) Розв'язати нерівність: $x^{\log_2 x+4} < 32$. У відповіді вказати цілий розв'язок.

9) Потяг першу половину шляху від станції А до станції В рухався зі швидкістю 70 км/год., а другу половину шляху зі швидкістю 90 км/год., відстань між станціями А і В становить 630 км. Знайти час, який знадобився потягу, щоб дістатися від станції А до станції В.

10) Квадратичну функцію задано формулой $y=ax^2+bx+c$. Відомо, що її графік проходить через точки $A(1,-2)$, $B(-1,3)$, $C(0,0)$. Знайти коефіцієнти a, b, c . У відповідь занести результат їх суми $a+b+c$.

Складні завдання (по 15 балів за кожне):

11) Відстань між центрами двох кіл дорівнює 7. Довжина більшого кола 8π , довжина меншого кола 2π . Чи мають такі кола хоча б одну спільну точку?

12) Розв'язати тригонометричне рівняння: $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$.

Використана література:

1) А.Р. Гальперіна. Математика ДПА+ЗНО. Типові тестові завдання, 7-ме видання, виправлене. Київ. Видавництво «Літера ЛТД», 2016;

2) К.У. Шахно. Как готовится к приемным экзаменам в ВУЗ по математике. Издание третье, дополненное. Минск. «Высшая школа», 1965;

3) Справочник по элементарной математике. Под редакцией П.Ф. Фильчакова. Киев. «Наукова думка», 1966.